

兵庫県立神戸高校発表

1/fゆらぎの世界

～カオスとフラクタル～

部分モル体積

～ミクロの世界～

1 / f 音楽とは？

①

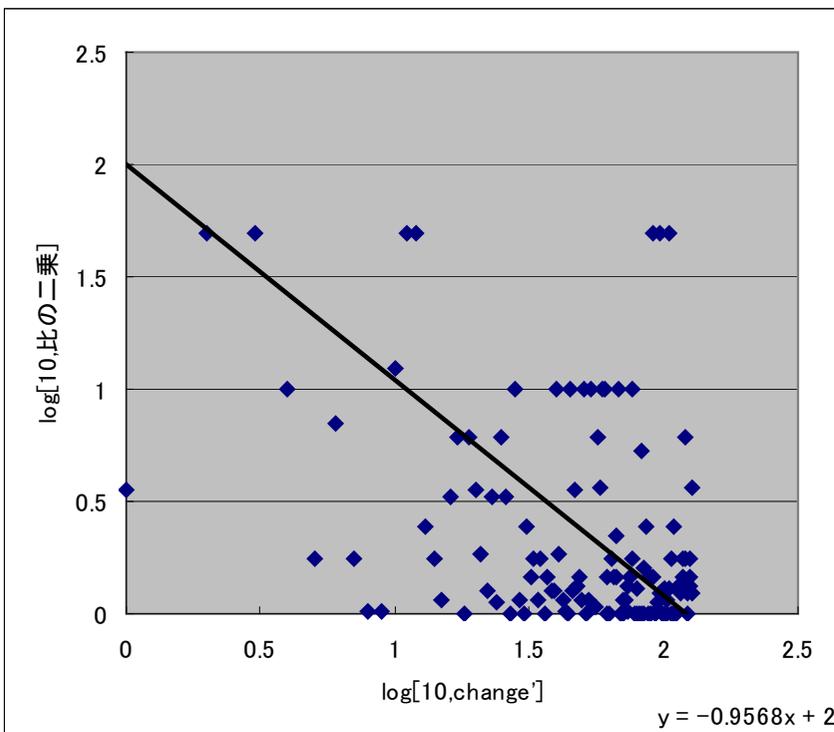
我々が聴いて心地良いと思う音楽には1 / f ゆらぎの性質がよく見られます。全く無秩序なゆらぎを示す音楽を白色音楽、逆に相関が強すぎて単調な音楽を褐色音楽と呼びますが、1 / f 音楽はその中間にあります。簡潔に言うと、単調すぎずランダムすぎない音楽と言えるでしょう。

1 / f 音楽の作曲

私は 'Mathematica' を使い、サンプルにした数列に一定の操作を与えることにより、ゆらぎの性質を作り出してそれをメロディーとして曲を作りました。その際サンプルとした数は円周率・黄金比・巨大メルセンヌ素数 $2^{13466917}-1$ ・友愛数・血圧値などで、それぞれを二桁ずつ区切って操作を加え、新たな数列を作って音階に対応させて使用しています。詳しい操作に関してはレポートを参照して下さい。

```
{onkai} ; do, do, re, re, mi, mi, fa, fa, fa, so, so, so, ra, ra, si, si, do2, do2  
Play[{Sin[onkai[[p' [[1]]]] 2 Pi t], Sin[onkai[[q' [[1]]]] 2 Pi t]}, {t, 0, 1}]  
(Mathematica の命令文より抜粋、p', q' は数列名)
```

そして出来上がった曲のうちの一つは解析の結果、1 / f ゆらぎ的なグラフを示しました。このことから、私は1 / f 音楽を作ることに成功したと言えると考えています。



英文中での単語の出現回数は出現頻度に反比例する！②

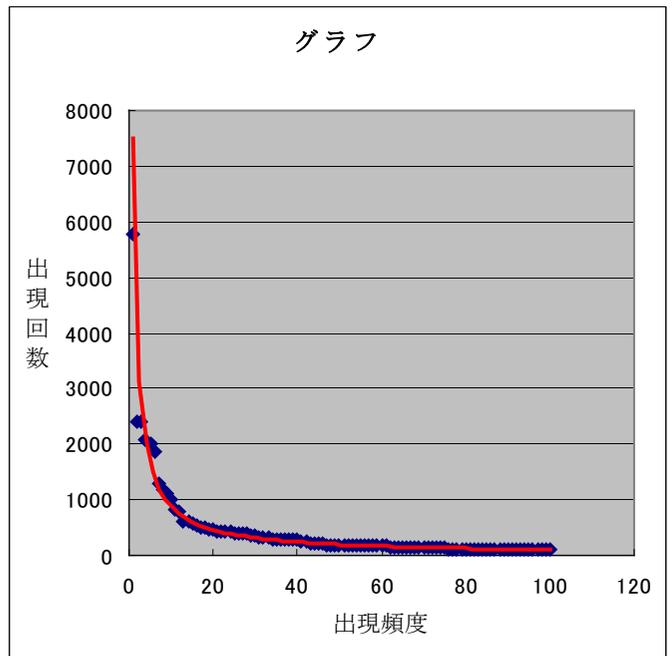
この法則は**ジップの法則**と呼ばれるもので、この法則を発見したジョージ・キングズリー・ジフ (George Kingsley Zipf) にちなんで名付けられたものです。

実際に検証してみると…？

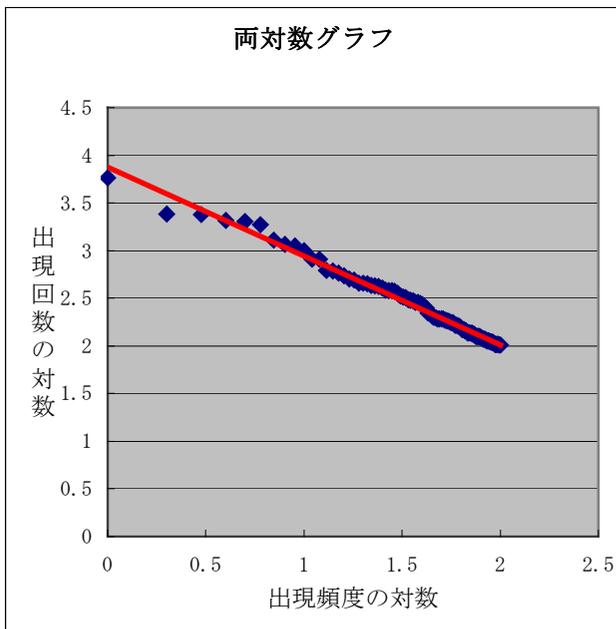
検証に用いるのは村上春樹著、洋書『A Wild Sheep Chase (羊をめぐる冒険)』です。この作品は1982年『群像』8月号に掲載され、第4回野間文芸新人賞を受賞した作品です。この作品から単語の出現頻度と回数をカウントプログラムを用いて検証しました。以下に結果を掲載します。

順位	単語	出現回数
1	the	5760
2	i	2414
3	a	2391
4	to	2072
5	of	2014
6	and	1871
7	in	1295
8	was	1168
9	it	1114
10	you	993
11	that	815
12	my	806
13	with	619
14	said	614
15	sheep	577
~~~~~		
100	room	102

出現順位上位100 (一部略)



曲線の式:  $y = 7488.8x^{-0.9313}$



曲線の式:  $y = -0.9313x + 3.8744$

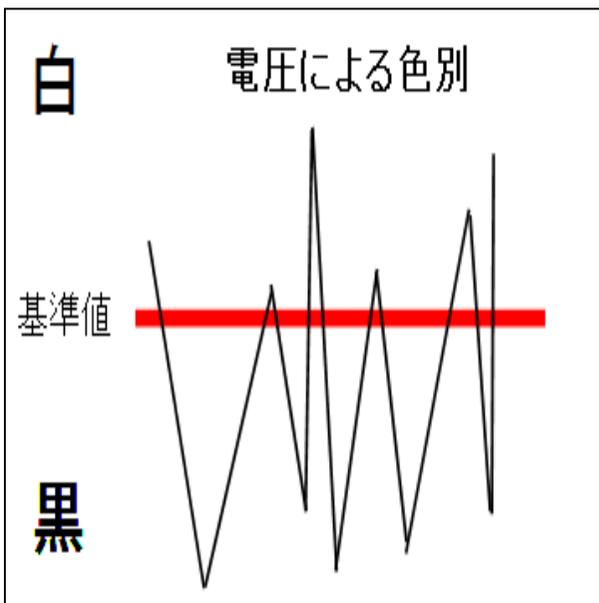
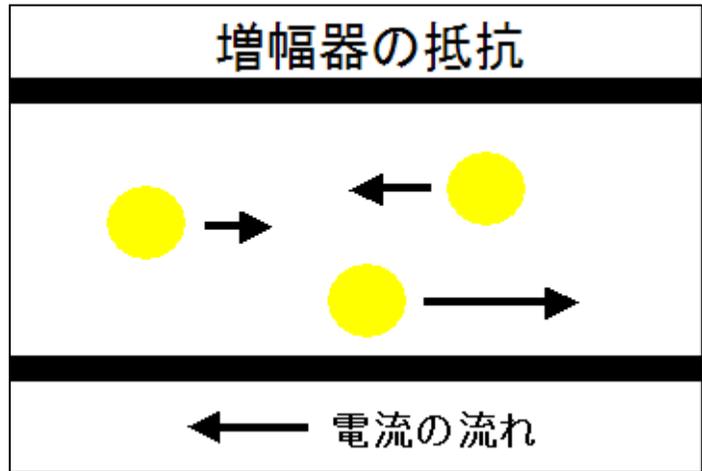
## 実験の結果はやはり…

グラフと抽出単語のデータより、出現回数が出現頻度にほとんど反比例していることがわかります。又、さらにここで両対数グラフを描いてみると直線の式が  $y = -0.9313x + 3.8744$  となり傾きが-1に近似していることが確認できます。これよりほぼジップの法則が成り立っていることがわかります。

## なぜチャンネルの映らない画面は 白黒の砂あらしが現れるのだろうか？

真夜中にテレビをつけると、放送が終了して、砂あらしが映ることがあります。最近では風景を写したりするテレビも増えていますが、これはよくある現象として人々に知られています。何が原因で砂あらしが映るかという点、可変増幅器によって増幅された、抵抗内の微弱な電圧の強弱によるものです。

右図は、増幅器内の抵抗の様子を簡略に表したものです。●は電子、矢印は力の向きを表しています。電流の大きさや流れは、そのとても短い時間の電子の平均の運動によって決まります。流れが逆の理由は、電子は負の電荷を持っていて、電流は逆の運動になります。



「何故電波が届いていないのに白黒と色がつくのか？」

電流の強さによって電圧の大きさが変わります。電波が届いているときは、可変増幅器によって電波のみが増幅されているが、電波が届いていないとき、増幅器の抵抗内の微弱な電圧が多分に増幅され、テレビ内の色別変換する機器によって電圧の大きいものは白に、小さいものは黒に認識されます。これによって、電波が届いていないときに白い色や黒い色が付きます。

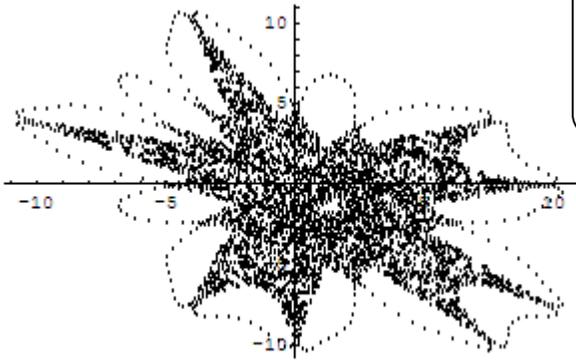
### (実験内容)

さて、ここで熱雑音と砂あらしの白と黒の関係が分かってもらえたと思います。よって、白と黒の個数に注目しました。まず、平均値をとり、白と黒の個数とそれぞれの平均値との比をとり、2乗します。次に、出現個数を調べ、多いものから順に点を打ち、グラフを書きます。このグラフから、 $1/f$  ゆらぎに似た関係を見つめることができた。これはカオスの中のゆらぎの一種と言えないだろうか。

# 数学で絵を描こう！

④

まずはこの絵をご覧ください。



この図形は数学の漸化式を用いて描かれたものです。

具体的には「mathematica」というソフトを用いて

```
x[0] = 4.0; y[0] = 0.0;
```

```
Block[{$RecursionLimit = Infinity},
```

```
Do[{
```

```
  x[n+1] = 0.77 * x[n] + y[n] + 5.0 / (1 + (x[n])^2),
```

```
  y[n+1] = (-1) * x[n]], {n, 0, 10000}]
```

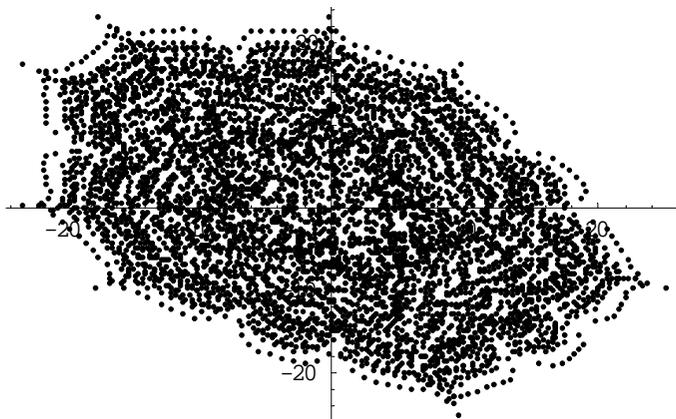
```
]
```

```
ListPlot[Table[{x[n], y[n]}, {n, 0, 6000}]]
```

このようなプログラムを実行します。

この様なプログラムができてしまえば、初期値や係数と呼ばれる数字（上のプログラムの 5.0 などの値）を変化させていくことで、絵の変化を観察することができます。

私は漸化式の 5.0 の値（赤枠で囲まれている部分）に熱雑音のデータ（具体的には黒の個数／白の個数の値）を順次代入してみました。すると、下図の様な図形が描かれました。（データ数 600×10）



熱雑音のランダムなデータを代入することによって原型を留めない絵が描かれるだろうと予想していたので、思いのほか原型の面影が残っていることに驚きました。

興味のある方にはプログラムの係数を変化させて頂いて、漸化式による図形の描写を体験していただこうと思っています。詳しくは担当生徒に尋ねてください。

## ①～④の研究のまとめ

1/f ゆらぎを両対数グラフで書くと、縦軸にパワースペクトル、横軸に周波数をとるのが一般的とされています。そこで私たちは縦軸、横軸ともにパワースペクトルや周波数に近い存在として、音楽では縦軸に比の2乗、横軸に周波数を、一方ジップの法則では縦軸に出現回数、横軸に出現頻度を、そして砂あらしは縦軸に比の2乗の出現回数、横軸に出現頻度をとってきました。下図はそのまとめです。その中でも③の軸の取り方が①と②の間であり、そのデータを利用して漸化式の図形を描き、その変化を見ました。(④を参照)

両対数グラフ		縦軸	横軸
①	音楽	比の2乗	周波数
②	ジップ	出現回数	出現頻度
③	熱雑音	比の2乗の回数	出現順位

# 部分モル体積の測定

## 部分モル体積測定から明らかになる物質の体積変化についての考察

今回、我々は物質の部分モル体積について研究をした。部分モル体積とは、溶媒に溶質を溶かしたときの溶液の体積変化を調べ、これを溶質 1 mol あたりに換算したものである。いろいろな物質の部分モル体積を測定することで、物質の性質や状態などと、体積との関係性が明らかになった。

### ・部分モル体積の測定方法

- ① ピクノメーターを用いて溶液 1 cm³あたりの質量を測定する(g/cm³)
- ② 溶媒 1000g に対する溶質の質量を求め、それを溶質の式量で割る(mol/kg)
- ③ 溶媒 1000gを含む溶液の体積を求める(cm³)
- ④ 濃度を変えて①～③の作業をくり返す
- ⑤ 各濃度における②の結果を X 軸、③の結果を Y 軸にとりグラフを作成し、その傾きが求める部分モル体積である(cm³/mol)



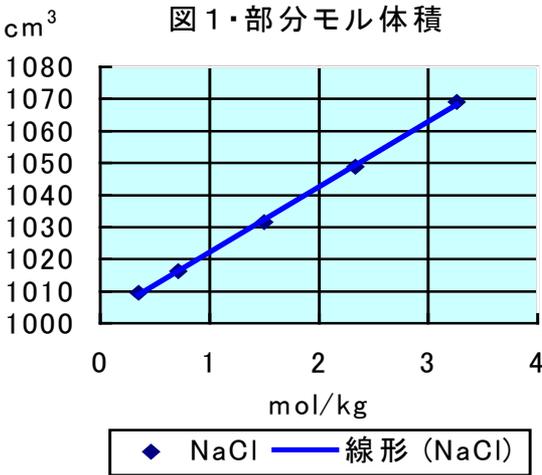
(ピクノメーター)



(恒温槽)



(電子天秤)



NaCl を例にとると、左図のようなグラフが得られ、グラフの傾きから、部分モル体積は 20.63cm³/mol であることがわかる。ここで、NaCl の固体のモル体積は、26.95cm³/mol であるから、26.95 - 20.63 = 6.32 より、NaCl は水に溶ける前後で 6.32 cm³/mol の体積減少が起こるのである。

しかし、そもそも何故このような体積変化が起こるのであろうか？そもそも、物質が水に溶けるということは、物質が水に入ることによって、その結晶構造が崩れて、ばらばらに散らばることをいうのである。つまり、結晶構造の持っていたイオン間の空洞が、体積減少に関わっていると考えられる。

そのイオン間の空洞を具体的な数値で表す指標として充填率がある。充填率とは、ある物質 1 mol の物質を構成するイオンの体積の合計を、その物質 1 mol の固体体積で割った値のことであり、数値が高いほど物質を構成するイオン間の空洞が少ない。すなわち、その物質が密に構成されていることになる。NaCl の充填率は 58.19% である。NaCl 以外の様々な物質においても、部分モル体積や、充填率を求めることで、充填率と体積減少量の関係性が明らかになったのである。

