

# 大島紬の模様の数学的考察と染色の研究

池田学園池田高等学校  
SSH課題研究数学班：鳥越えりか，遠矢祐衣，  
中村麻寿美，平嶺詩乃

## 目的

これまで、鹿児島県の特産品である大島紬の染色について研究を行ってきた。その結果、以下の6つの内容がわかった。

1. 染色を決める要素は、植物から抽出した色素だけではなく、媒染液(金属イオン)のはたらきによるところが大きい。価数の大きいイオンほど着色の堅牢性が強い。
2. 金属イオンの持つ特有の発色は染色には直接関係しない。
3. 大島紬特有の色彩はシャリンバイ中のタンニンと奄美大島特有の泥(鉄イオン)が反応して作り上げられた独特のものである。錯イオンを形成しやすい遷移金属をはじめとして、金属イオンを媒染液として用いることで、今後は様々な染色が可能になるかもしれない。
4. 大島紬の染色とは、高分子である繊維と植物色素との化学結合によって結びついてできたものである。
5. 色素のpHを変えることで、繊維と植物色素との化学結合に変化が生じて、着色に幅が出てくる。
6. 媒染液としての金属イオンは、水溶性の植物色素を不溶性にすることで、繊維内に色素を固定するはたらきをするものである。

続いて、大島紬の模様に注目してみると原画は方眼紙に点を打つことによって描かれている。つまり、1と0のデジタルの表示ができることから模様について様々な数学的研究ができないかと考えた。今回は特に、「フラクタル次元」によって複雑さを数値化し、製作年代などの特徴がないか研究することにした。この研究は「織物の歴史的検証」のをするための手がかりとなる可能性があるという点で価値があると考えられる。

## フラクタル次元による解析

- フラクタル次元の定義

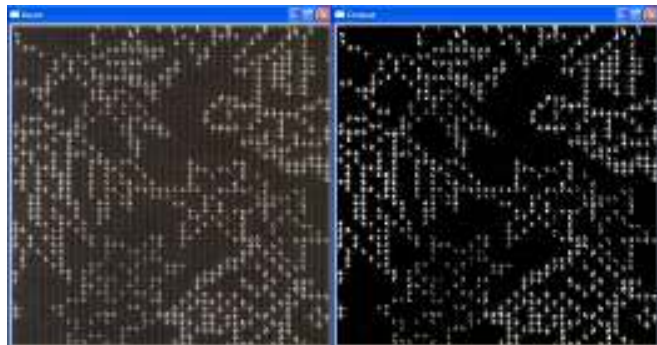
「解析する図形を  $n$  個に分割し、できた相似な図形の個数を  $m$ 、フラクタル次元を  $D$  とすると、 $D = \log_n m \cdots \textcircled{1}$  と表せる」

- どのような方法で数値化したか。(CLAPACK3-Windows.zip, OpenCV\_1.0.exe, Visual C++フリー版による数値化)

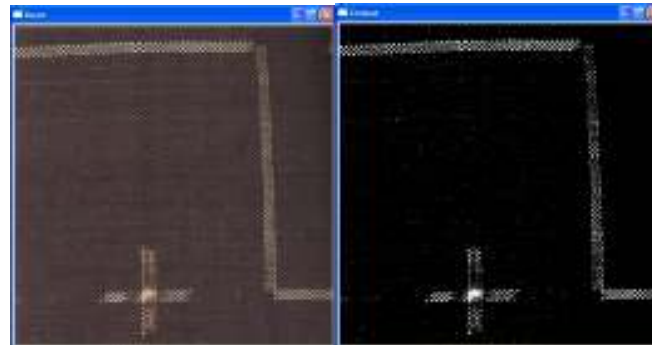
### 方法1

- ・ 模様をすべて白黒に変換する。
- ・ 模様を縦横 512 ずつに分割すると、正方形によって粗視化される。
- ・ できた正方形の個数を数え、 $\textcircled{1}$ の式を利用することによって、フラクタル次元を算出する。

一定の濃淡で模様を判断し、「1 (ある)」、「0 (ない)」と白黒の模様に変換して計算を行うために、暗い色の模様では次元が2 (平面) に近い値をとる。また、分割数が 512 なので、模様によってフラクタル次元の差はほとんど生じない。



フラクタル次元 1.99214

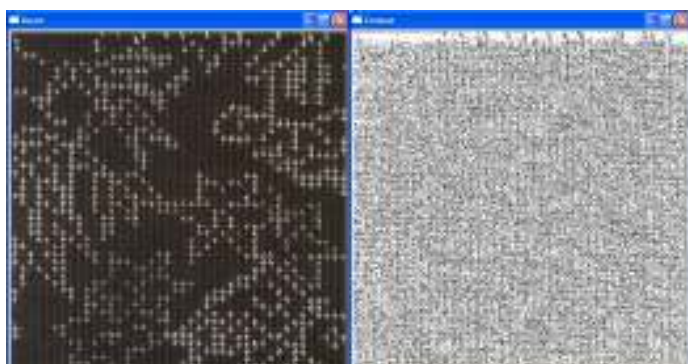


フラクタル次元 1.99767

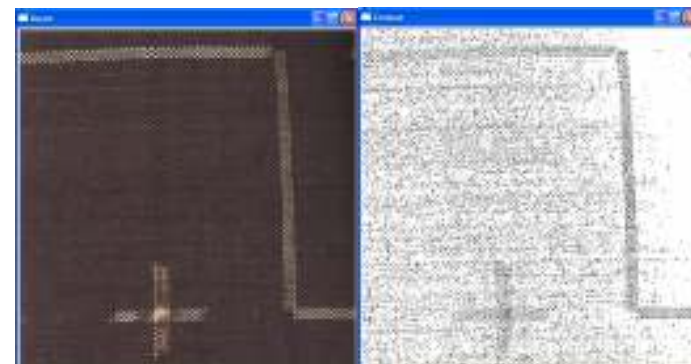
### 方法2

- ・ 模様を線で縁取りする。
- ・ 模様を縦横 1024 ずつに分割すると正方形によって粗視化される。
- ・ できた正方形の個数を数え、 $\textcircled{1}$ の式を利用することによって、フラクタル次元を算出する。

模様を縁取りすることによって暗い色の模様でも複雑さを表現できる。そこで今回は、方法2で解析を行うことにした。



フラクタル次元 1.89286



フラクタル次元 1.75354

## フラクタル次元を利用する利点

図 1



図 2



図 3

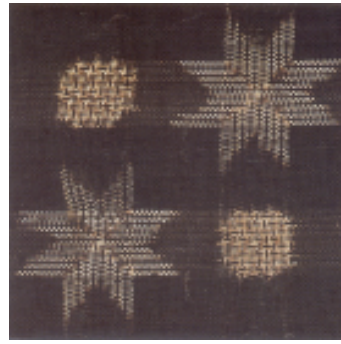


図 4



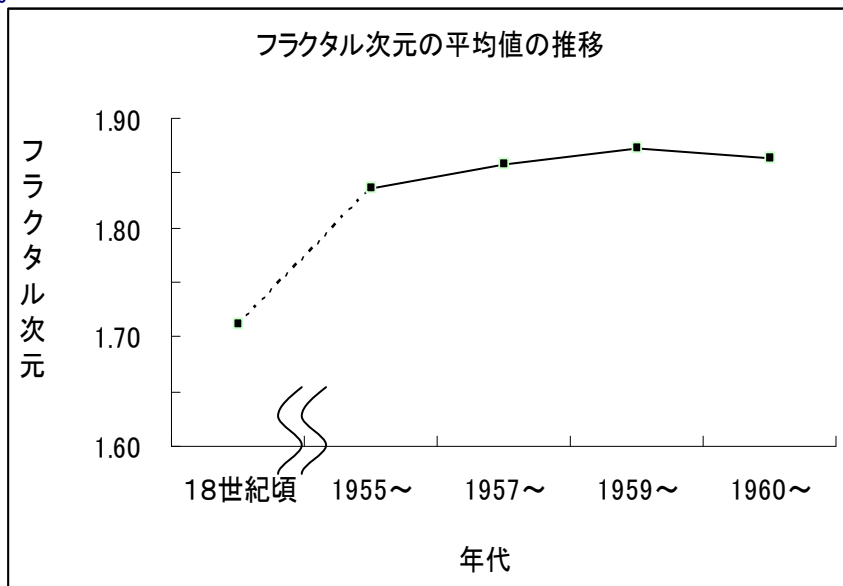
(図：「都喜エ門大島紬作品集」より)

図 1 と図 2 の模様複雑さは、見た目では同じように見える。しかし、フラクタル次元を算出すると、図 1 が 1.889、図 2 が 1.914 と異なっている。

また、図 3 と図 4 を比較すると、図 3 の方が複雑に見えるが、フラクタル次元を算出すると図 3 が 1.645、図 4 が 1.723 というように図 4 の方が数学的に複雑な模様であることが判る。

このように、フラクタル次元を算出し数値化することによって、先入観のない模様の複雑さが求められると考えられる。

## 結果



- 18世紀から20世紀にかけて、フラクタル次元が増加している。フラクタル次元が増加していることから、この時代に「製糸の技術」または「織り機」が進歩していることが考えられる。
- 模様は年を追うごとに色は鮮やかで絵画に近いものになっているので、一見複雑化しているように見えるが、数学的に解析してみると、18世紀から20世紀の間ほどの大きな変化が見られない。
- フラクタル次元が2（平面）に近づきつつあるという結果から、細かい模様が、一面すべての場所に広がりつつあることを示している。

## 今後の課題

1. 他の地方の織物では、フラクタル次元はどのように変化をしているのか調べる。
2. 色を識別して模様の複雑さを算出できないか。また、算出できた場合はどのような結果になるか研究する。
3. フラクタル次元を算出することは、「織物の歴史的検証」をするための手がかりとならないか、調べるためにデータの検討をする。

## 参考

「フラクタルとは」 <http://momi.jwu.ac.jp/~physm/buturi01/fra01/fractal.html>

「Q&A:入門複雑系の科学—ゆらぎ・フラクタルで現象を測る」 木下栄蔵 著

## 謝辞

社団法人鹿児島県特産品協会ブランド支援センターの仁科勝海先生大島紬の製作について講義をしていただいた。

また、鹿児島工業高等専門学校情報工学科教授の芝浩二郎先生、情報工学科准教授の堂込一秀先生、電気電子工学科准教授の中村格先生にフラクタル次元についての講義や算出結果の解析について、大変お世話になった。この場をお借りして厚く御礼申し上げます。